

Dr. SWARNIM GHOSH

B.A. III- ECONOMICS

PAPER 3rd: QUANTITATIVE METHODS

E-CONTENT-1 (PDF FORMAT)-

UNIT-2

CALCULUS (MAXIMA AND MINIMA, CONVEXITY AND CONCAVITY
AND HOMOGENEOUS FUNCTIONS)

दिनांक: 23-4-20
23-4-20

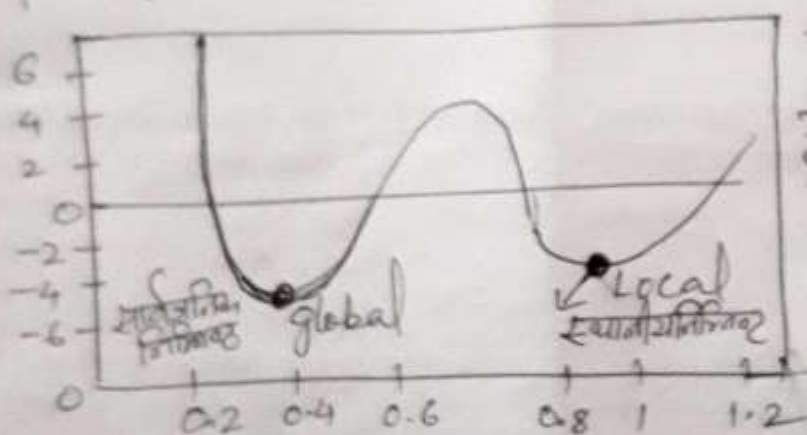
अर्धशास्त्र
 बी० ए० तृतीय वर्ष

①

PAPER-III (परिमाणुमय विधियाँ)

गणितीय संकल्पना (उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ - Maxima & Minima)

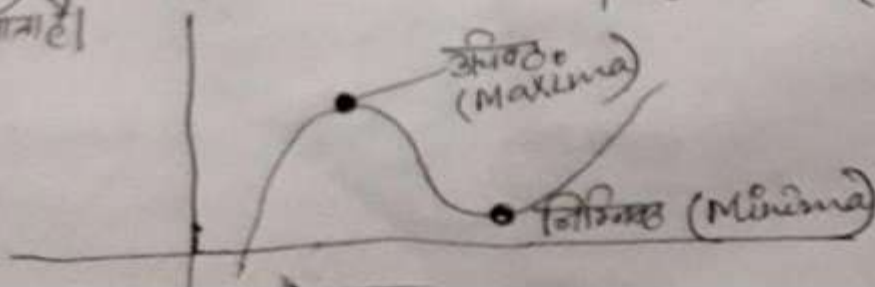
गणित में किसी फलन के सबसे अधिक मान को उस फलन का उच्चिष्ठ और सबसे कम मान को उस फलन का निम्निष्ठ कहा जाता है। इसे सम्बन्धित रूप से चरम (extrema or extremum) कहा जाता है।



उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ या तो सीमित क्षेत्र में हो सकते हैं या उस फलन के सम्पूर्ण डोमेन में।

किसी सीमित क्षेत्र में स्थित उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ को स्थानीय चरम (Local or relative extremum) जबकि सम्पूर्ण डोमेन में सबसे अधिक या कम मान हो तो उसे ग्लोबल चरम (सर्वोच्च/सर्वोनिम्न) कहा जाता है।

इस प्रक्रिया में चरम मानों को निष्पादन ही दृष्टिकोण (Optimization) कहा जाता है।



उदाहरणके लिए :

23-4-20 (2)

$$\text{यदि } f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$$

तो सबसे पहले हम इसका प्रथम अवकलज (First derivative - $\frac{dy}{dx}$ या $f'(x)$) निकालेंगे।

$$f'(x) \text{ or } \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 18x + 12 = 0 \quad \text{--- (i) समी०}$$

फिर हम इस समी० का द्वितीय अवकलज निकालेंगे;

$$f''(x) \text{ or } \frac{d^2y}{dx^2} = 12x - 18 \quad \text{--- (ii) समी०}$$

फिर समी० (i) का factorization (गुणनखण्ड विधि) Method से x का चरम मान ज्ञात करेंगे। जैसे;

$$6x^2 - 18x + 12$$

$$\text{या, } 6(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\text{या, } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\text{या, } x^2 - 2x - x + 2 = 0$$

$$\text{या, } x(x-2) - 1(x-2) = 0$$

$$\text{या, } x-1 = 0 \quad \text{तब } x-2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore x = 2$$

अब समी० (ii) में $x=1$, तथा $x=2$ का मान रखकर यह जाँच करेंगे कि कौन उच्चतमक है तथा कौन धनात्मक।

$$\text{अर्थात् } 12x - 18$$

$$f''(1) = -6 < 0 \quad (\text{उच्चतमक})$$

$$f''(2) = +6 > 0 \quad (\text{निम्नतमक})$$

अर्थात् यह जाँच करनी है कि $x=0$ उच्चतमक है या निम्नतमक तथा दोनों बिन्दुओं $x=1$ तथा $x=2$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ (द्वितीय अवकलज धनात्मक है या उच्चतमक) है या उच्चतमक।

(3) 23-4-20

Ex: Find $y = 2x^2 - x^3$

$$\frac{dy}{dx} = 4x - 3x^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 - 6x$$

When, $\frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{dy}{dx} = 0$
 $4x - 3x^2 = 0$

$$3x^2 - 4x = 0$$

$$x(3x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } 3x - 4 = 0$$
$$x = \frac{4}{3}$$

When, $x = 0$

$$4 - 6 \cdot 0 = 0$$

$\therefore 4$ which is greater than 0

$$4 > 0$$

इसलिए यह मिनिमम है।

When, $x = \frac{4}{3}$

$$4 - 6 \cdot \frac{4}{3} = 0$$

$$4 - \frac{24}{3} = 0$$

$$\frac{12 - 24}{3} = 0$$

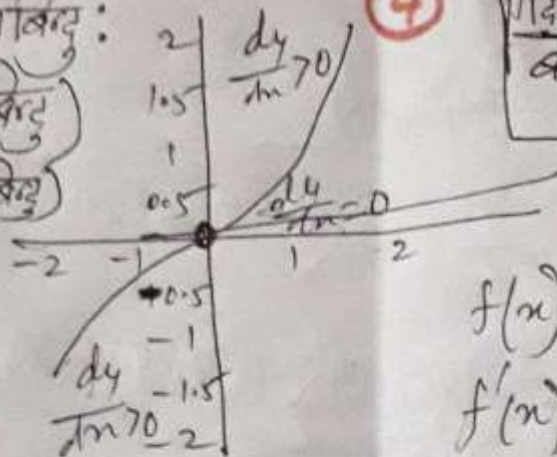
$$-\frac{12}{3} \text{ or } -4$$

$\therefore -4$ is less than 0

$$-4 < 0$$

\therefore इसलिए यह मैक्सिमम है।

इन्फ्लेक्शन बिन्दु :
(मोड़ का बिन्दु)
(गति-परिवर्तन बिन्दु)



④

दिनांक: 24-4-2020
कीर्ति प्रीतिवर्ष - paper-III

(24-4-2020)

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(0) = 0$$

अतः न तो यह उच्चिष्ठ है और न ही निम्निष्ठ यह इन्फ्लेक्शन बिन्दु है।

1) उच्चिष्ठ की शर्त : (क) आवश्यक शर्त : प्रथम अवक्रमज का मान धनात्मक से ऋणात्मक की ओर जाता है।

$$x < a, \frac{dy}{dx} > 0 \quad x > a, \frac{dy}{dx} < 0$$

$$x = a, \frac{dy}{dx} = 0$$

(ख) पर्याप्त शर्त : इस बिन्दु पर द्वितीय अवक्रमज $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ऋणात्मक होगा।

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=a} < 0$$

2) निम्निष्ठ की शर्त : (क) आवश्यक शर्त : प्रथम अवक्रमज का मान ऋणात्मक से धनात्मक की ओर जाता है।

$$x < b, \frac{dy}{dx} < 0, \quad x = b, \frac{dy}{dx} = 0, \quad x > b, \frac{dy}{dx} > 0$$

(ख) पर्याप्त शर्त : इस बिन्दु पर द्वितीय अवक्रमज $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान धनात्मक होगा।

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=b} > 0$$

दिनांक: 29-4-2020

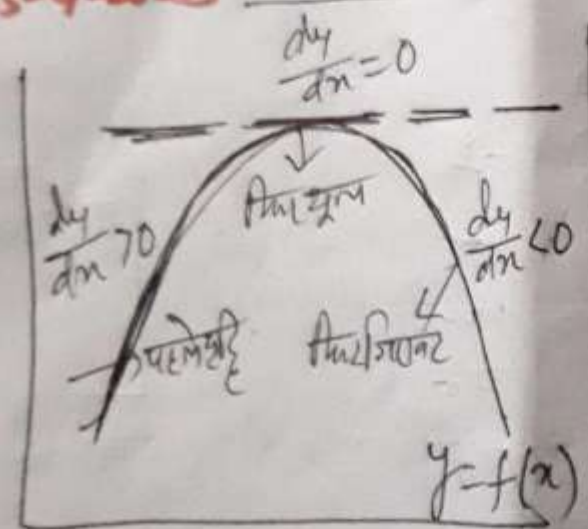
नतोदर एवं उन्नतोदर वक्र

(5)

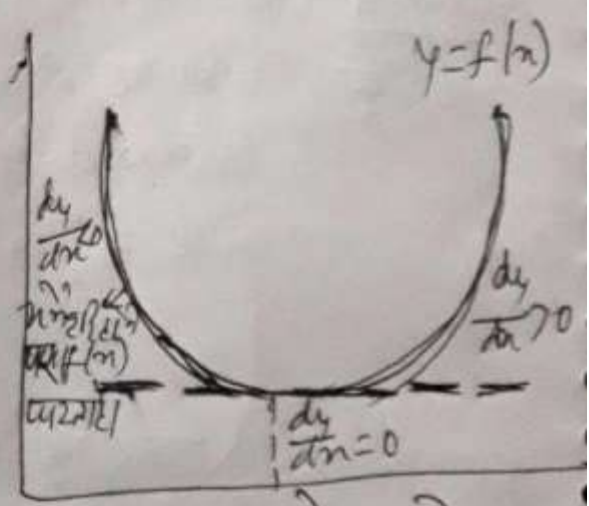
वी.पी.सी. प्रश्न / Paper-III

(Concave and Convex Curve)

(25-4-2020)



यह x-अक्ष से नतोदर
(Concave to x-axis)
कहा जाता है।



यह x-अक्ष से उन्नतोदर
(Convex to x-axis)
कहा जाता है।

